

3

Defining and Measuring Welfare Changes: Basic Theory

A. Myrick Freeman

《本章の目的》

厚生変化の定義と測度に関する専門用語や基礎理論について検討する。

まず、価格が変化した場合の厚生への影響について取り上げ、その際に用いられる三つの測度(消費者余剰・補償変分・等価変分)について検討する。

次に、財の質や量が変化した場合の厚生への影響を計測する測度(補償余剰・等価余剰)について検討する。(これは次回7/27)

イントロダクション

本章では、以下の三つの課題について扱う。

- (1)各個人にとって、経済厚生の変化の受容可能な貨幣測度をいかにして定義するかという課題。
- (2)理論と実際の両面において、厚生変化をいかにして測定するかという課題。
- (3)社会政策に関する決定を、いかなる厚生変化の測度を用いて行うかという課題。

個人的選好と需要

様々な厚生測度を示す前に、厚生経済学理論と関連ある基礎理論について扱う。

この理論の前提となるのは、次の二点。

- (1)各個人が、自身の厚生がベストになるように自分自身で判断をする。
- (2)財やサービスの組み合わせ(bundle)のどれを個人が選択するかを観察することで、各個人の厚生を推測することができる。

個人が自分自身の選好に基づいて選択肢を順番に並べること(rank)ができるとすれば、どの特性がその組み合わせの並びを決定付けるかということを考えるうえで重要となるのは次の二点。

- (1)「より多いほうがより良い(more is better)」という考え方
他の条件が一定のもとでは、ある要素量が大きい方がより好まれるということ。
- (2)財の組み合わせにおける構成要素の代替可能性(substitutability)
- (3)ある財の量の減少に伴う効用の低下は、別の財を増やすことで補うことができるということ。
代替可能性は、(新古典派の)経済学者にとって価値概念の中心となり、2種類の財の間の交換比率を決定する。

市場財の貨幣価格は、その特殊な一例として考える。

選好の順序付け(ordering)が、「more is better」と代替可能性を有しているとすれば、それは序数的選好関数(ordinal preference function)もしくは序数的効用関数(ordinal utility function)によって描かれることができる。

この関数は、古典的功利主義における基数的効用関数(cardinal utility function)と同意ではない。この序数的効用の測度は単位が無いので、異なる個人の効用を加えたり比較したりすることは不可能である。

単純化のために、市場で売買できる私的財のみで効用が決まる個人を考える。

嗜好や選好は効用関数として所与であるとし、価格や所得(M)の制約も所与であるとする。

個人は、財に対する所与の価格体系(price set)に直面し、効用最大化するように財の量を選択すると仮定される。

効用最大化問題 (utility maximization problem)

$$u_{\max} = u(X)$$
$$s.t. \sum_i p_i \cdot x_i = M$$

但し、 X は量ベクトルであり、本問に対する解は、通常の需要関数 (ordinal demand function) によって導出される。

$$x_i = x_i(P, M)$$

但し、 P は価格ベクトルである。

u を目的関数である直接効用関数 (utility) に代入すれば間接効用関数 (v) が得られる。

$$u = u(X) = v(P, M)$$

ロウの恒等式 (Roy's Identity) より、需要関数もまた、間接効用関数の導関数 (derivative) として説明される。

$$x_i(P, M) = -\frac{\partial v / \partial p_i}{\partial v / \partial M}$$

支出最小化問題 (expenditure minimum problem)

効用最大化問題の双対法 (dual) として定義される。

ここで、個人が総支出を最小化すると仮定すれば、次式のように表される。

$$e = \sum_i p_i \cdot x_i$$
$$s.t. u(X) = u^0$$

但し、 u^0 は最初の問題 (primal problem) の解が得られた場合の最大効用である。

効用最大化問題に対する解が価格と所得の制約条件を含む通常の需要曲線を導出するとき、支出最小化問題 (expenditure minimization problem) の解は所与の価格と効用に対する需要の最適量を与えるような関数を導出する。

これをヒックスの補償需要関数 (Hicks-compensated demand function) といい、所得が補償された仮定のもとでの異なる (various) 価格における消費量を示す。そのときの効用は u^0 で一定である。

この説明に基づいて支出関数を定義すると、次のようになる。

この式は、所与の市場価格のもとである任意の効用水準を達成するのに必要な最小支出額をあらわす。それは以下のとおりである。

$$e = e(P, u^0)$$

但し、 e は支出額で u^0 はある任意の効用水準である。

補償需要関数は、支出関数を価格で偏微分することによって得られ、それは次のとおりとなる。

$$\partial e / \partial p_i = h_i(P, u^0) \quad \dots (1)$$

ここで、効用最大化問題で定義された通常の需要関数を考える。

この需要関数の関数型やパラメータを決定するのに必要なのは、背後にある (underlying) 効用関数を知ることである。そしてこれは直接に観察不可能である。

個人の行動を観察し、価格や所得の変化に対する反応を描いた需要曲線を推計すると仮定する。

つまり、需要関数が積分可能な (integrability) 条件を満たしている必要がある。

この条件は、スルツキー行列(展開: Slutsky matrix)において説明される。すなわち、

$$\frac{\partial x_i(P, M)}{\partial p_j} + \frac{\partial x_i(P, M)}{\partial M} x_j$$

が対称性(symmetric)を持ち、半負値定符号(negative semidefinite)であることが求められる。

【マーシャルの需要関数についての命題】

もし、このような条件が満たされるのであれば、需要関数は支出関数を得るために積分されることが可能である。

積分可能条件が満たされるのであれば、背後にある選好を得るために必要な需要行動の経験的な説明が利用可能となるだけでなく、幅広い厚生変化の測度を説明することが可能となる。

価格変化に対する厚生測度

概要

厚生変化の5つの測度(消費者余剰: S [consumer's surplus]、補償変分: CV [compensating variation]、等価変分: EV [equivalent variation]、補償余剰: CS [compensating surplus]、等価余剰: ES [equivalent surplus])は同じ理論体系の中にある。

消費者余剰はMarshallによれば、「個人の購買から得た満足度の余剰に由来し、その財をなしで済ませるよりもその財を購入するのに支払っても良いとする価格の合計と実際の支払い額との差額」として説明される。

通常、消費者余剰はマーシャルの通常の需要曲線(Marshallian ordinary demand curve)より下側の領域で測定される。

消費者余剰測度は潜在的な効用関数によって定義されず、他の4つの測度とは理論的に異なる。

残り4つの測度は、背後にある個人的選好の写像(mapping)によって定義される。

Figure3-1.では、個人における2つの無差別曲線が示され、環境改善によって財の生産費用が低下し価格が P_i' から P_i'' へ下落した場合の、個人消費の組み合わせを考える。

個人は効用水準 u^0 における点Aから効用水準 u^1 における点Bへとシフトする。

ここで、4つの厚生測度は財によってニューメレール財(numeraire good: 合成財、価値基準財)として定義される。

4つの厚生測度

(1)補償変分(CV)..... [Figure3-1.においてA B Cとシフトした際の予算線の差幅]

変化前の価格体系と変化後の価格体系との間で、個人を無差別な状態に置くために必要な補償的支払いを表す。

変化後の価格体系におけるB点にいる個人が、 CV に相当する所得を取り去ってもA点と無差別である、すなわち効用水準が同じである点Cにシフトする。

変化後の価格体系において消費の機会を得るために支払っても良いとする金額の最大値。

(2)等価変分(EV)..... [Figure3-1.においてA B Dとシフトした際の予算線の差幅]

価格変化によって生じる厚生変化と等しい、所得の変化分を表す。

変化後の価格体系において購入の機会を自発的に控えることと引き換えに受け入れられる額の最小値。

(3)補償余剰(CS)..... [Figure3-1.におけるBFの距離]

変化後の価格体系での財の購入量と価格変化前の状況とを等しくするための補償的支払いを表す。

価格変化後の財の消費水準における異なる効用の無差別曲線間の距離ベクトルであらわされる。

(4)等価余剰(ES)..... [Figure3-1.においてAEの距離]

価格変化前の財の消費水準が所与のもとで、変化後の価格体系における効用が変化前のそれと等しくなるための所得の変化分を表す。

価格変化前の財の消費水準における異なる効用の無差別曲線間の距離ベクトルであらわされる。

厚生測度の厳密な検討 (closer look)

本節では、限界的な価格変化に対する基本的な厚生測度を取り上げ、消費者余剰、CV、EVについてこれまでより厳密な展開を行う。

p_1 の限界変化 (marginal change) における厚生測度は、効用一定を維持するために必要な支出の変化である。そこで、(1)式より次のように表される。

$$w_{p_1} = \frac{\partial e(P, u)}{\partial p_1} = -h_1(P, u^0) \quad \dots\dots(2)$$

但し、 w_{p_1} は限界厚生測度 (marginal welfare measure) である。

また、この結果は間接効用関数とロワの恒等式からも導出される。

$$\frac{\partial v / \partial p_1}{\partial v / \partial M} = -x_1$$

上式の左辺では、価格変化の限界効用を所得の限界効用で割ることで、貨幣単位に置き換えている。

$$\frac{dM}{dp_1} = -x_1$$

マーシャルの消費者余剰

Figure3-2.の Panel A では、単純な2財のケースにおける個人の選好を図示している。

$_1$ 財の価格が p_1' から p_1'' へと下落すれば、個人は初期均衡点 A から変化後の予算線上の点 B へとシフトする。Panel B では、このような均衡点が価格と量によって座標で示されている。

A 点と B 点は、 $_2$ 財の価格と貨幣所得が一定に維持された、通常的需求曲線上に位置する。

所与の価格体系における消費水準と結びつくマーシャルの余剰は、需要曲線の下側の領域であり、財の価格変化に対する余剰変化は Figure3-2.の Panel B における領域 $p_1'ABp_1''$ に相当する。

これを数式で表すと以下のとおりである。(但し S は余剰の変化分である。)

$$S = \int_{p_1''}^{p_1'} x_1(P, M) dp_1 \quad \dots\dots(3)$$

効用変化の指標としての S が説明されうる条件は、ロワの恒等式を用いることで次のように表される。

$$x_1(P, M) = -\frac{\partial v(P, M) / \partial p_1}{\partial v(P, M) / \partial M}$$

さらにこの式を(3)式へ代入すると、次のようになる。

$$S = -\int_{p_1''}^{p_1'} \frac{\partial v / \partial p_1}{\partial v / \partial M} dp_1$$

もし、所得の限界効用が価格変化の幅に対して一定であれば、この式は次のように導かれる。

$$S = \frac{[v(p_1'', p_2, M) - v(p_1', p_2, M)]}{\partial v / \partial M}$$

この式は、マーシャルの消費者余剰が所得の限界効用によって貨幣単位に換算された効用変化であることを説明している。

所得の限界効用が一定であれば、 S は価格変化に対する効用変化に比例するといえる。

価格変化における所得の限界効用の恒常性(constancy)は限定的な条件である。

Silberberg(1978)による説明では、(3)式は p_2 と M が一定のもとでの価格ベクトルのある一径路の連続的な総和とされている。

しかし、他のいくつかの径路も存在し、この積分式においては径路独立性(path-independence)は成立していない。

マーシャルの余剰測度を、全ての価格変化に対して一斉に法則化しようとする場合に、ある共通した問題が生じる。

この場合、 S は線積分(line integral)として定義される。

この積分は、全ての財に対する需要の所得弾力性(income elasticity)が等しければ必ず積分の径路(path of integration)から独立しているといえる。

全ての財の、需要の所得弾力性が1に等しければ、さらに選好がホモセティック(homothetic)ならば、径路独立性は成り立つ。 《マーシャルの需要関数についての命題》

補償変分

1財の価格が下落するケースを想定する。

価格変化と補償所得変化のもとでは、個人はFigure3-2のPanel Aにおいて均衡点Cへシフトし、それはPanel Bにも座標で示される。

点Aと点Cはヒックスの補償需要曲線上にあり、この需要曲線は価格変化による代替効果のみが考慮されている。価格変化の所得効果は、貨幣所得を補償することで無視されている。

1財が正常財(normal goods)であるという仮定から、すなわち所得弾力性が正であることから、ヒックスの補償需要曲線は通常的需求曲線よりも小さい価格弾力(price-elastic)である。

ヒックスの補償需要曲線と通常的需求曲線との間に見られる相違は、厚生変化の測度である S 、 CV 、 EV を比較検討するうえで重要である。

Figure3-2のPanel Aは、厚生変化の補償変分の測度が、価格の下落と関連があることを示している。すなわち、変化前の無差別曲線上に個人を維持しておく必要があるための所得の減少という意味である。

間接効用関数を用いると、 CV は次のように導出される。

$$v(P', M) = v(P'', M - CV) = u^0$$

CV はまた、支出関数を用いて定義することができる。

$$\begin{aligned} CV &= e(p_1', p_2, u^0) - e(p_1'', p_2, u^0) > 0 \\ &= M - e(p_1'', p_2, u^0) \end{aligned} \quad \dots\dots(4)$$

(4)式は、2つの価格体系において効用水準 u^0 を維持するために必要な支出の差額を意味している。

CV はさらに、限界厚生測度(2式)の積分として表すことも可能である。

$$CV = \int_{p_1''}^{p_1'} \frac{\partial e(P, u^0)}{\partial p_1} dp_1 = \int_{p_1''}^{p_1'} h_1(P, u^0) dp_1$$

効用水準がより高い価格変化後の支出(M)を次のように表し、それを(4)式に代入すると、(5)式が導ける。

$$M = e(p_1'', p_2, u^1)$$

これを(4)式に代入する。

$$CV = e(p_1'', p_2, u^1) - e(p_1'', p_2, u^0) \quad \dots\dots(5)$$

つまり、 CV は効用水準 u^0 を用いて定義されている((4)式)一方で、変化後の価格体系において効用水準を u^0 から u^1 まで上昇させるために必要な貨幣総額をも計測していることになる((5)式)。 CV は2つの価格体系間におけるヒックスの補償需要曲線の左側、すなわち領域 $p_1'ABp_1''$ に等しい。 p_1 についての支出関数の偏導関数(partial derivative)は、 p_1 の変化に対し個人を効用水準 u^0 上に維持するのに必要な支出(所得)の変化で与えられている。

この導関数はヒックスの補償需要曲線を、つまり効用一定における p_1 財の最適量を与える。

この導関数の積分はヒックスの補償需要曲線の左側を意味し、それが CV に相当する。数式で表すと次のとおりである。

$$CV = \int_{p_1''}^{p_1'} h_1(P, u^0) dp_1$$

この式は、(3)式で与えられるマーシャルの余剰測度とは異なり、所得の限界効用一定の仮定を置いていない。理由は、この測度が一定の無差別曲線 u^0 に沿って積分しているからである。

価格変化の CV は、価格変化が連続的に起こること求められる補償需要関数の積分の和である。

等価変分

Figure 3-3のPanel Aは、個人に対する選好の写像と価格変化が示してある。

価格下落における EV は、変化前の価格体系のもとで効用水準 u^1 に到達するのに必要な追加的支出(所得)として定義される。

間接効用関数を用いれば、 EV は次のように導出される。

$$v(P', M + EV) = v(P'', M) = u^1$$

EV はまた、支出関数を用いて定義することができる。

$$\begin{aligned} EV &= e(p_1', p_2, u^1) - e(p_1', p_2, u^0) > 0 \\ &= e(p_1', p_2, u^1) - M \quad \dots\dots(6) \end{aligned}$$

貨幣支出水準はA点とB点とで同じである、即ち $e(p_1', p_2, u^0) = e(p_1'', p_2, u^1)$ なので、これを(6)に代入すると、(7)式が導出される。

$$EV = e(p_1', p_2, u^1) - e(p_1'', p_2, u^1) \quad \dots\dots(7)$$

つまり、 EV は u^0 から u^1 の効用変化の貨幣的均衡を用いて定義されている((6)式)一方で、効用水準 u^1 における価格変化による支出変化によっても計測され得る((7)式)

EV はさらに、限界厚生測度(2式)の積分として表すこともでき、次式のとおりとなる。

$$EV = \int_{p_1''}^{p_1'} \frac{\partial e(P, u^1)}{\partial p_1} dp_1$$

支出関数の価格導関数は、Figure3-3.のPanel BのB点を通る他のヒックスの補償需要曲線を導出する。つまり、2つの価格体系間におけるヒックスの補償需要曲線の左側の領域がEV測度である。

これを数式で置き換えると次のようになる。

$$EV = \int_{p_1}^{p_1'} h_1(P, u^1) dp_1$$

CVの場合と同様に、EVも所得の限界効用一定の仮定は必要でない。さらに複数の価格変化に関して、径路独立性を成立させている。

3つの測度の比較

マーシャルの消費者余剰が厚生指標としての魅力をいくつか有しているにも関わらず、これまで展開されてきた厚生変化の理論的定義の一部に対しては計測していない。

特定の条件を除き、効用変化の指針としてだけでなく潜在的補償テスト(potential compensation test)において用いられる獲得や損失の測度としても計測し得ない。

いずれの測度に対してもあるような、これが有用な近似(approximation)となり得るかという疑問へと展開する。

対照的に、CVとEVは厚生 of 妥当な測度を説明しているといえる。

Silberbergによれば、EVは価格変化の特定の径路に対する効用水準の変化を貨幣価値に帰したものであり、CVは価格変化時に効用一定にするのに必要な貨幣価値を示していると説明される。

CVとEVは、財の需要の所得弾力性がゼロのときは同じ測度となる。

この場合、通常の需要曲線とヒックスの補償需要曲線は同一のものとなる。

正の所得弾力性のもとでは、価格下落に対するEVはCVよりも大きくなる。

価格上昇の場合は、CVはEVよりも大きくなる。

財の需要の所得弾力性がゼロのときは、所得の差異は財の購入に対して何の影響も及ぼさないため、CVとEVは完全に等しくなる。

財の需要の所得弾力性が大きくなればCVとEVの差も大きくなると同時に、その計測値と通常の消費者余剰との差も大きくなる。

CVとEVの間には対称性も存在する。

初期価格体系(p_1')を、2期目の価格体系(p_1'')をとする。

「効用水準が u^0 で一定のもとで から へ変化したときのCV」と「効用水準が u^1 で一定のもとで から へ変化したときのEV」は完全に等しい。(同様に、 から へのEVと から へのCVも等しい。)

対称性は、支払い意思額(WTP)と受入補償額(WAC)の測度としてのCVやEVと関連がある。

CVは、変化後の価格体系において財を購入するための権利に対するWTPの最大値を表すことがある。この記述は価格下落の場合のみ。

価格上昇の場合は、CVは効用の減少を個人に補償するのに十分な支払い最小額として定義され、言い換えればWAC測度として用いられる。

EVは、既に起こった価格下落に対して、それを自発的になしで済まして良いとするのに必要な個人の貨幣の総額であると定義される。つまりWAC測度である。

価格上昇の場合は、EVは価格変化によって生じるのと同じ効用損失を生み出すような貨幣総額の最大値というWTP測度としても用いられる。

これら2つの測度はさらに、権利義務関係とも関連がある。

一部の経済学者の主張は、この両者の選択は倫理的な選択であり、財産権の潜在的分配がより衡平なものとなるような価値判断に依拠しているというものである。

要約すると次表のとおりとなる。

	厚生測度	価格上昇	価格下落
EV	変化後における権利を含む	回避するための WTP	なしで済ませるための WAC
CV	現状における権利を含む	受け入れるための WAC	獲得するための WTP

2つの価格変化が、結果的に個人をいずれも同じ無差別曲線上に置く場合は、2つの厚生測度は同じ値であるべきである。

同じ効用変化を伴う2つの政策に対する厚生測度は同一でなければならないが、CVはそうっていないと言える(Figure3-4.)

CVは個人が2つの政策に対し無差別であると定義しておきながら、異なる測度を与えている。

EVは2つの政策に対して同一の厚生測度を与える。

その理由は、EVが変化後の均衡点を通る無差別曲線上における比較に基づいているから。

CVはカルドアの潜在的補償テスト(Kaldor potential compensation test)をパスしている。

政策導入によって、潜在的利得者が潜在的損失者を完全に補償できるかどうかを尋ねるテスト。

利得者から集められた補償の合計が損失者の求める補償の合計を超えていれば、この潜在的パレート改善テスト(potential Pareto improvement test)をパスしたといえる。

しかしこのテストは、ランキングに対する根拠を持っていない。

EVはヒックスの潜在的補償テスト(Hicks potential compensation test)をパスしている。

政策導入によって、潜在的損失者が潜在的利得者に対して、その損失を回避する(政策導入を取りやめる)ためにどれだけの「賄賂(bribe)」を送る可能性があるかということを探るテスト。

もし、利得者のEVの合計が損失者のEVの合計を超えるのであれば、政策はこのテストをパスしたといえる。

付表1 効用最大化問題と支出最小化問題の双対関係

西村(1990), P58 を参考

